

ANEXO AL LIBRO DE SISTEMA DIEDRICO

RECTA Y PLANO

Dadas dos rectas (r y s) que se cortan y sus trazas están fuera de los límites del papel. Hallar las trazas del plano que determinan.

1º.- Trazar una recta t cualquiera, t_2 en proyección vertical, la cual corta a las r_2 y s_2 en los puntos 1 y 2.

2º.- Llevar los puntos 1 y 2 a proyección horizontal, y que unidos se obtiene t_1

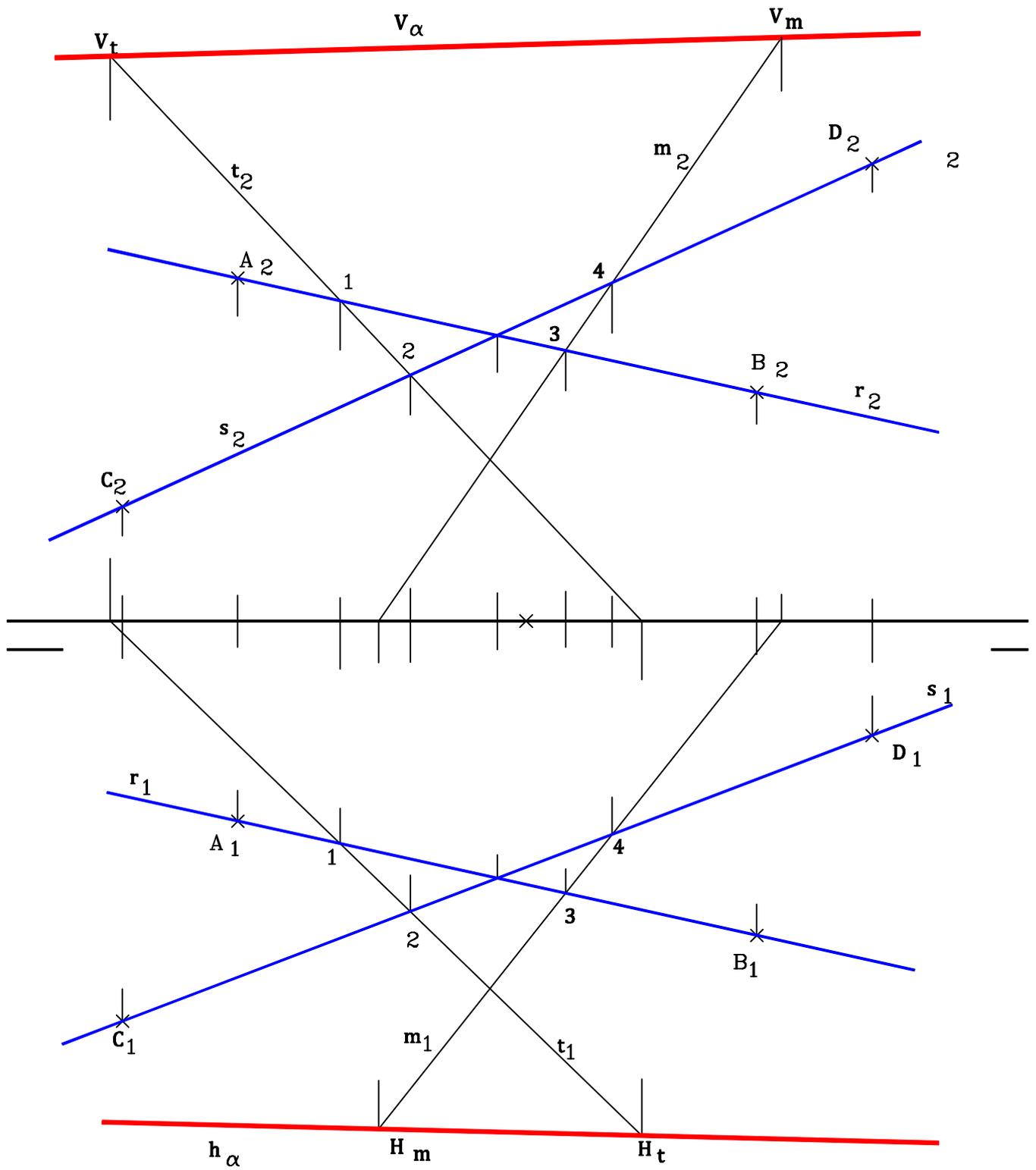
3º.- Trazar otra recta m cualquiera, m_2 en proyección vertical, que corte a la anterior t y a su vez a las r y s en los puntos 3 y 4

4º.- Llevar los puntos 3 y 4 a proyección horizontal, y que unidos obtenemos m_1

5º.- Hallar las trazas de las rectas t y m.

6º.- Uniendo las trazas verticales de t y m tenemos la traza vertical $V\alpha$ del plano pedido.

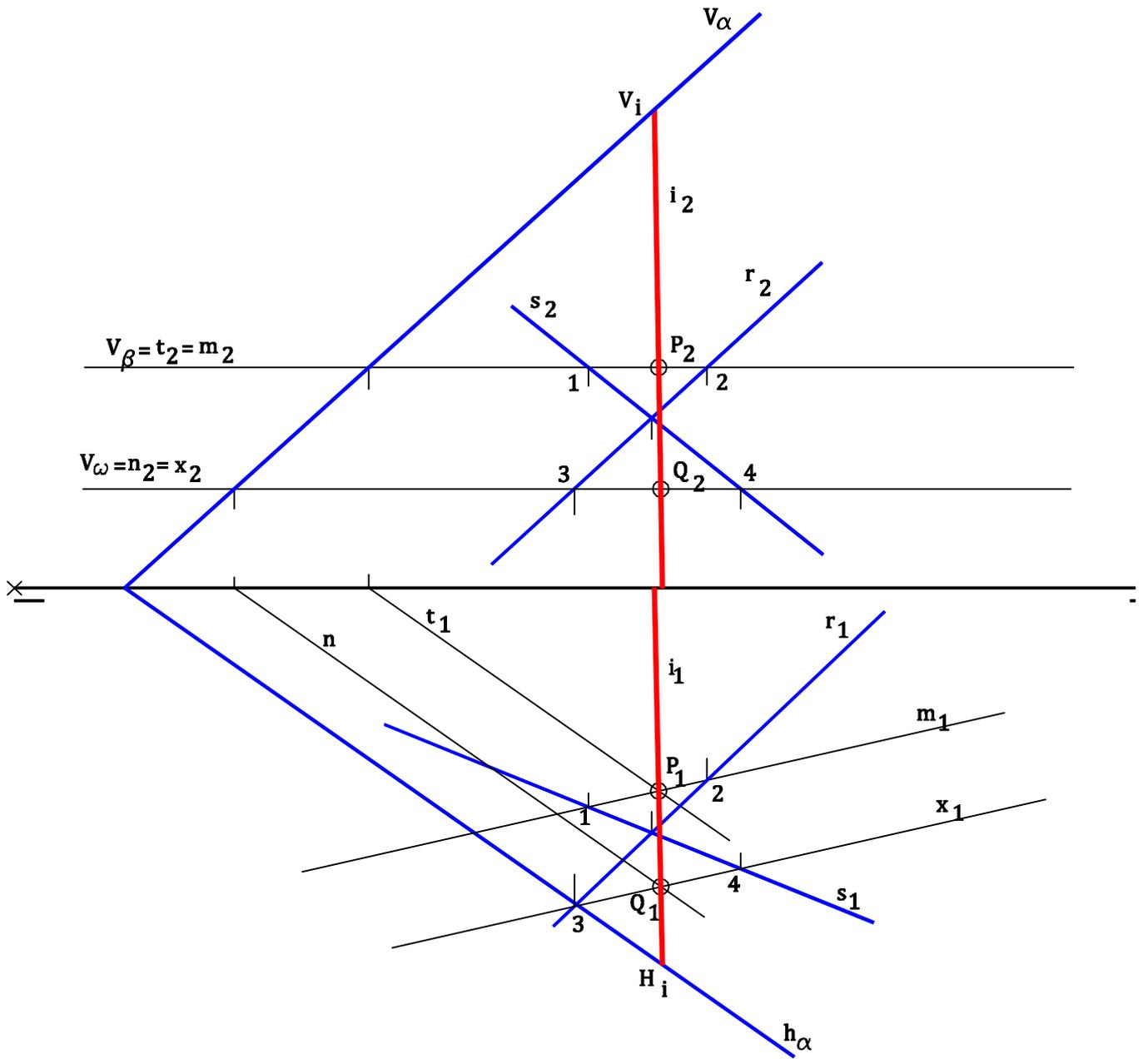
7º.- Uniendo las trazas horizontales de t y m tenemos la traza horizontal $h\alpha$ del plano pedido.



INTERSECCIONES

Hallar la intersección de un plano α dado por sus trazas, con otro π dado por dos rectas, r y s que se cortan. Sin hallar la traza del plano π

- 1º.- Trazar un plano auxiliar β . En nuestro caso es un plano paralelo al PH.
- 2º.- Hallar la intersección de β con α , dando la recta t
- 3º.- Hallar la intersección de β con las rectas r y s , dando los puntos 1 y 2, que unidos nos da la recta m .
- 4º.- t_1 y m_1 se cortan en el punto P_1
- 5º.- Repetir los pasos 1º a 3º empleando el plano ω
- 6º.- n_1 y x_1 se cortan en el punto Q_1 .
- 7º.- Uniendo P_1 y Q_1 tendremos la proyección horizontal de la recta i de intersección de los planos α y π pedida
- 8º.- Llevando a proyección vertical los puntos P y Q y uniendolos, se obtiene la proyección vertical de la recta i de intersección de los dos planos.



Hallar la intersección de los planos:

- α definido por las rectas r y s que se cortan
- β definido por las rectas t y m paralelas

Sin hallar las trazas de los planos dados.

1º.- Trazar el plano auxiliar ω (paralelo al PH) que corta a las rectas r , s , t y m en los puntos 1, 2, 3 y 4 respectivamente

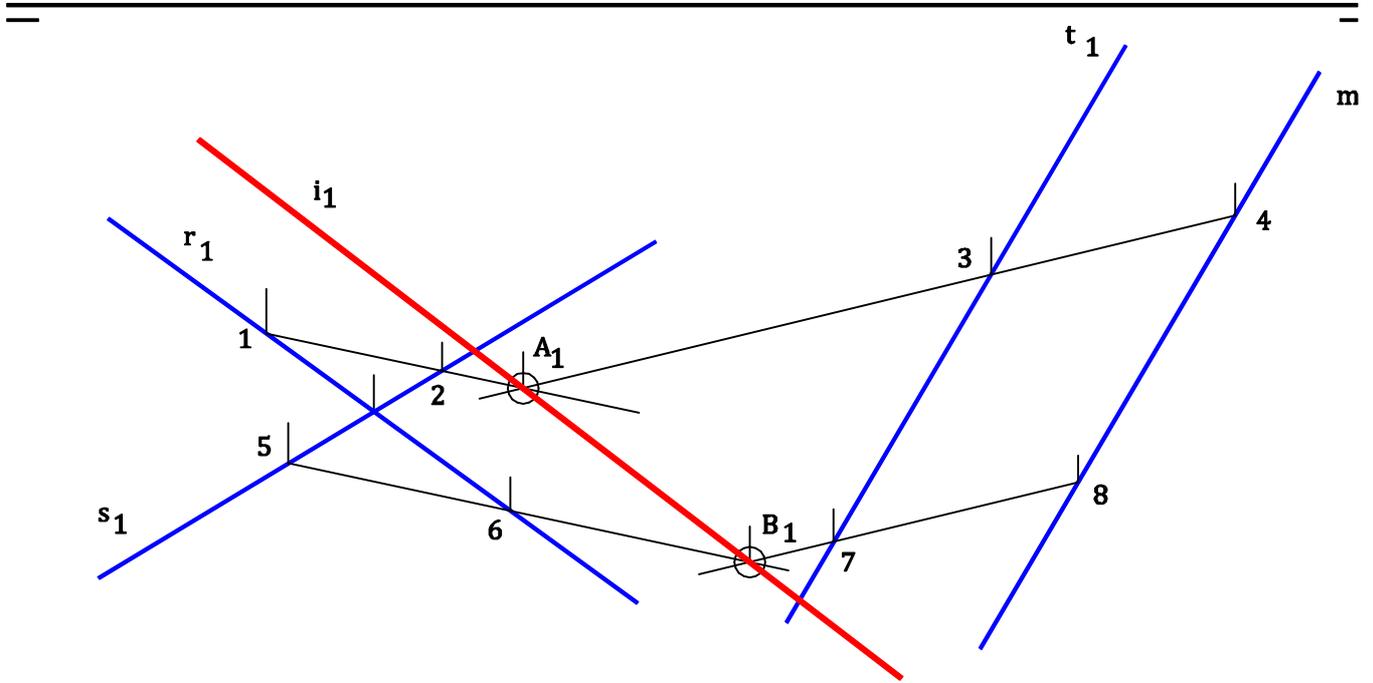
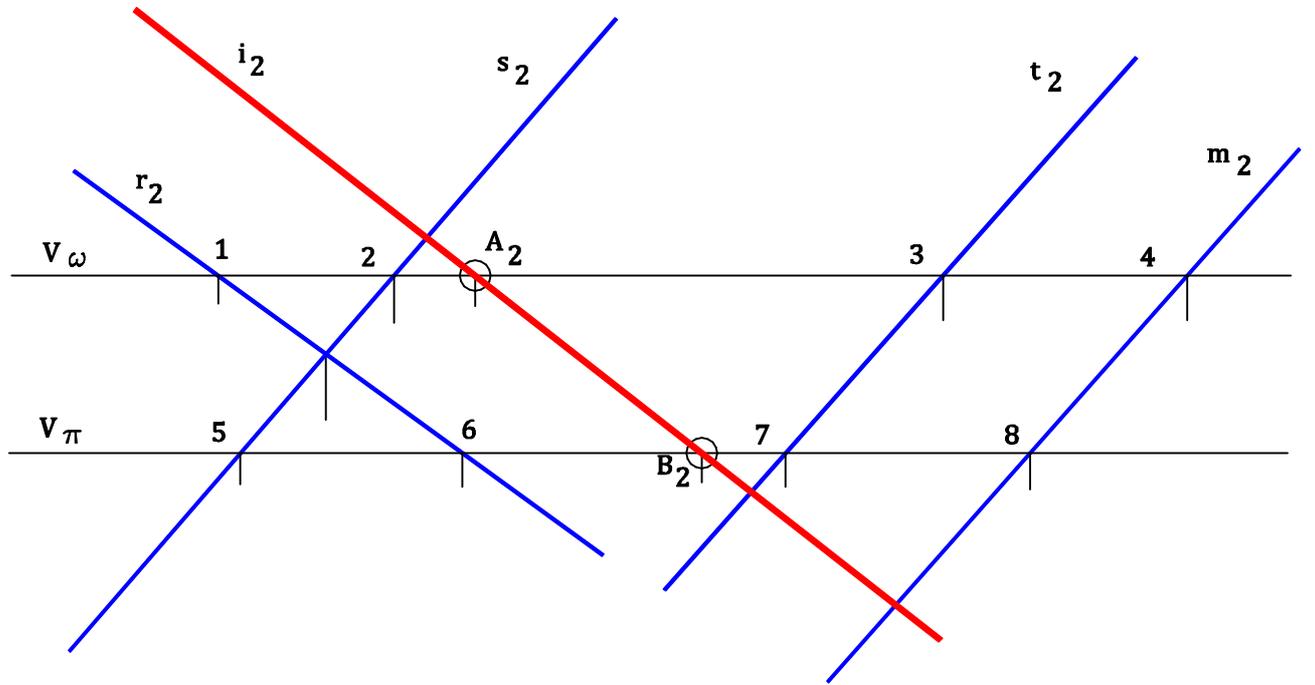
2º.- Las proyecciones horizontales de las rectas 1-2 y 3-4 se cortan en el punto A_1

3º.- Trazar otro plano auxiliar π (paralelo al PH) que corta a las rectas r , s , t y m en los puntos 6, 5, 7 y 8 respectivamente.

4º.- Las proyecciones horizontales de las rectas 5-6 y 7-8 se cortan en el punto B_1

5º.- Uniendo A_1 con B_1 tendremos la proyección de la recta de intersección i_1 de los planos α y β .

6º.- Llevando a proyección vertical los puntos A y B y uniendolos, se obtiene la proyección vertical de la recta i de intersección de los dos planos.



Hallar la intersección de los planos:

- α definido por su recta r de máxima pendiente
- β definido por las rectas s y t que se cortan

Sin hallar las trazas de los planos dados.

1º.- Trazar el plano auxiliar ω (paralelo al PH) que corta a la recta r en el punto 1 y a las s y t en los puntos 2 y 3

2º.- Llevar a proyección horizontal los puntos anteriores.

3º.- Por el punto 1, trazar la perpendicular m_1 a r_1

4º.- Las proyecciones horizontales de las rectas, m y 2-3 se cortan en el punto A_1

5º.- Repetir los pasos 1º a 3º empleando el plano π

6º.- Las proyecciones horizontales de las rectas n y 5-6 se cortan en el punto B_1

7º.- Uniendo los puntos A_1 y B_1 se tiene la proyección horizontal de la recta i de intersección de los dos planos.

8º.- Llevando a proyección vertical los puntos A y B y uniendolos, se obtiene la proyección vertical de la recta i de intersección de los dos planos.

PERPENDICULARIDAD

Trazar por un punto P dado, la recta t perpendicular al plano α definido por las rectas r y s que se cortan. Sin hallar las trazas del plano definido por las dos rectas dadas.

1º.- Trazar un plano auxiliar β (paralelo al PH) que corta a las proyecciones verticales de las rectas r y s en los puntos 1 y 2.

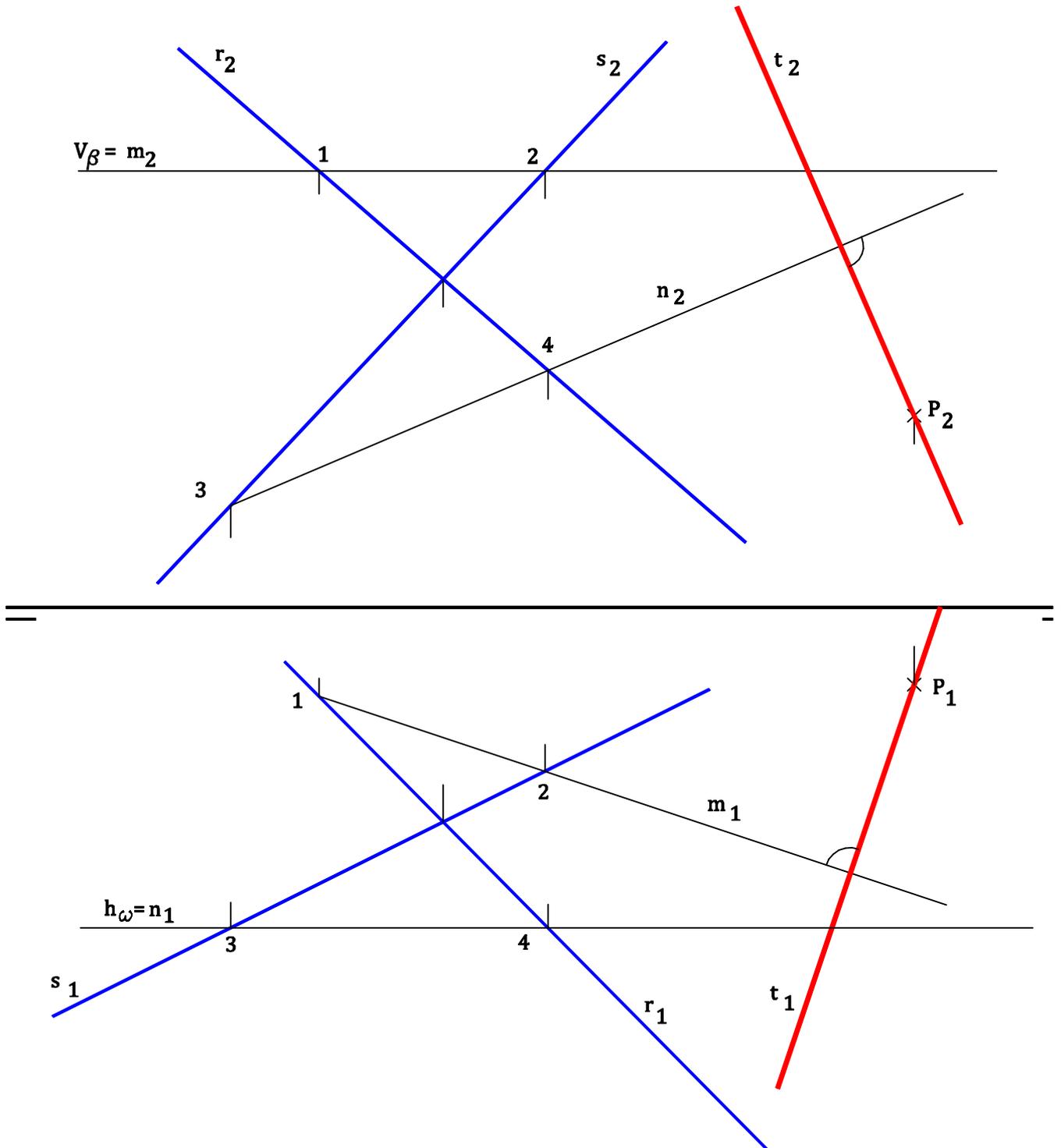
2º.- Llevar a proyección horizontal los puntos 1 y 2.

3º.- Unir dichos puntos, dando la proyección horizontal de la recta m (horizontal del plano α).

4º.- Trazar por la proyección horizontal del punto P la recta perpendicular a m_1 , dando la recta t_1 , proyección horizontal de la recta buscada.

5º.- Repetimos el procedimiento con un plano auxiliar ω (paralelo al PV), dando los puntos 3 y 4 que unidos en proyección vertical obtenemos la proyección vertical de la recta n (frontal del plano α).

6º.- Trazar por la proyección vertical del punto P la recta perpendicular a n_2 , dando la recta t_2 , proyección vertical de la recta buscada.



ABATIMIENTOS

Abatir las rectas r y s que se cortan. Sin hallar las trazas del plano α al que pertenecen.

Se trata de abatir dichas rectas sobre un plano β auxiliar paralelo al PH.

1º.- Trazar un plano β paralelo al PH que tenga de cota x .

2º Abatimos el punto de intersección I de las dos rectas con respecto al plano β .

Para ello tomamos como charnela la horizontal m_1 de cota x , producto de la intersección de β con las dos rectas. Y como distancia sobre la paralela a la CH(x) la diferencia de cotas (dc) entre el punto I y el plano horizontal β sobre el que vamos a abatir.

3º.- Obtenido I abatido de β , obtenemos las rectas r y s abatidas también con respecto a β , siendo las trazas de r y s los puntos 2 y 1 respectivamente.

Desabatir el punto A perteneciente al plano α , sin utilizar la traza vertical abatida de α .

1º.- Trazar por (A) la perpendicular a la CH, que es la recta de máxima pendiente (rmp) de α .

2.- Realizar el abatimiento de la rmp sobre el plano proyectante vertical β que la contiene, dando $(rmp)_\beta$.

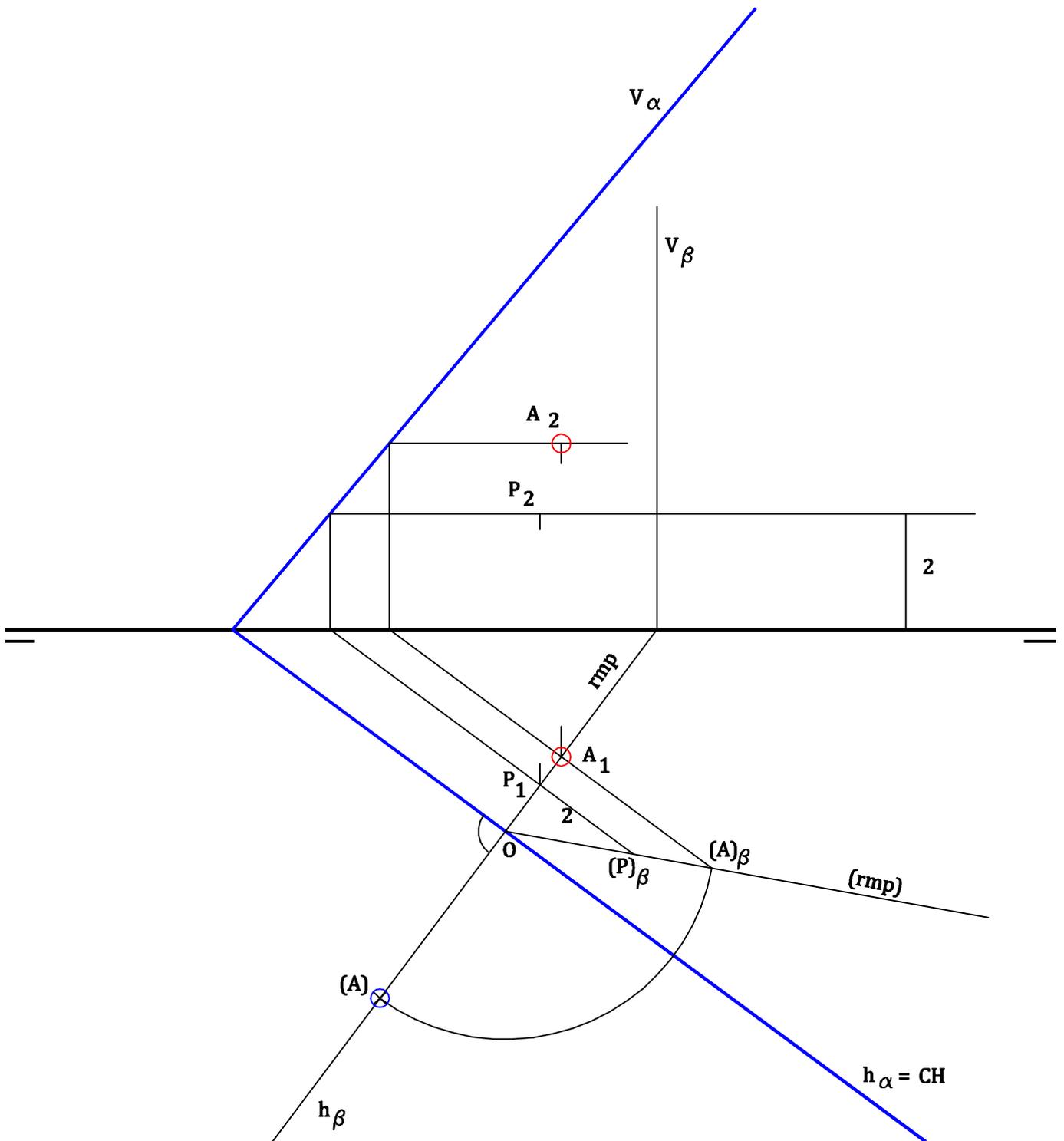
Para ello hemos cogido un punto P p.e de cota 2 perteneciente a ella y lo abatimos sobre β , dando $(P)_\beta$.

Uniendo O con $(P)_\beta$ tenemos $(rmp)_\beta$

3º.- Con centro en O y radio O-(A) trazamos un arco de circunferencia hasta cortar en $(A)_\beta$ a la $(rmp)_\beta$.

4º.- Por $(A)_\beta$ trazamos la paralela a la CH hasta cortar a la rmp en A_1 .

5º.- Llevando el punto a proyección vertical se obtiene A_2 .



Desabatir la circunferencia de centro (O) perteneciente al plano α , sin utilizar la traza vertical abatida de α .

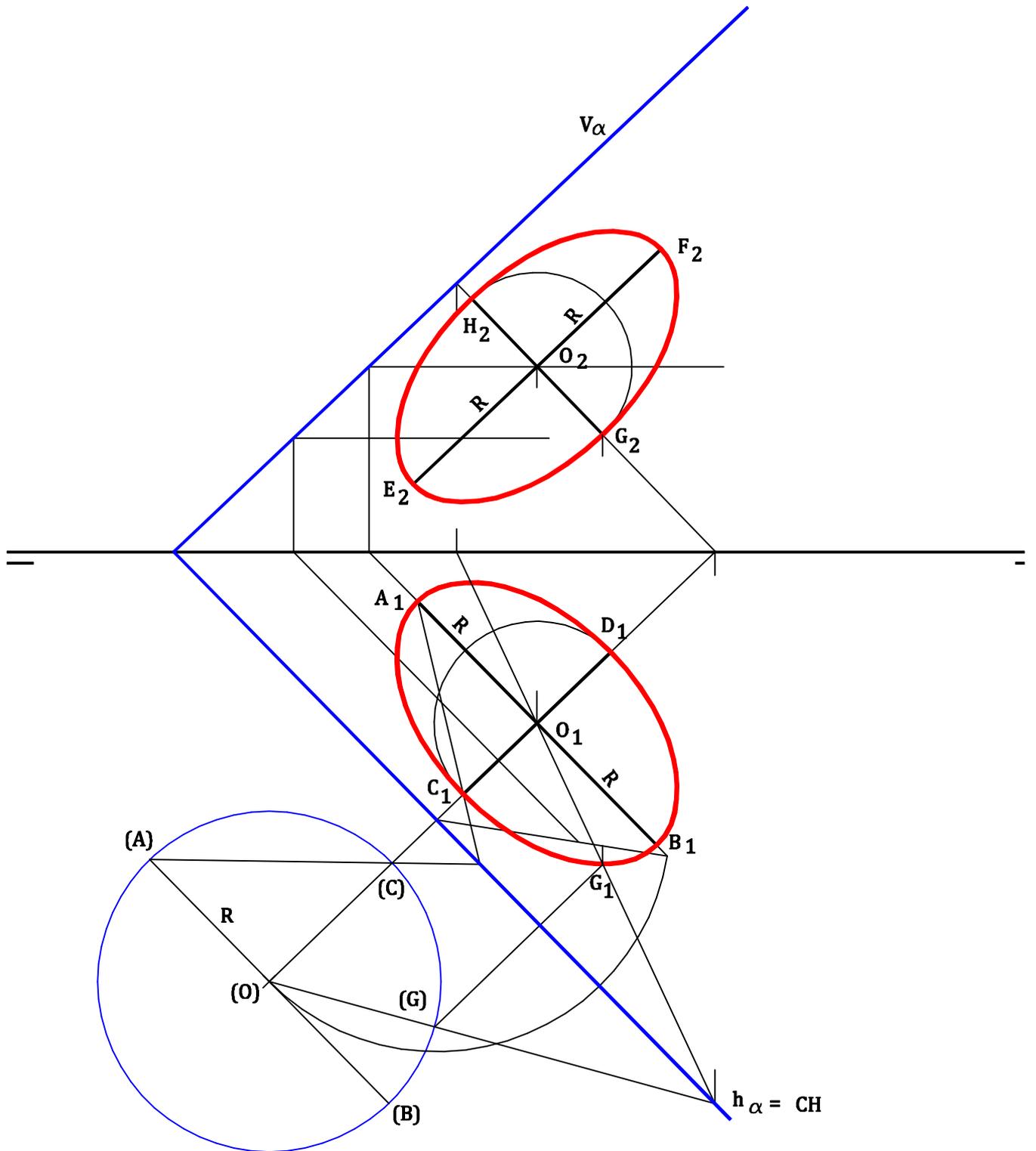
1º.- Desabatimos el centro (O) aplicando el procedimiento de desabatimiento de un punto sin utilizar la traza vertical de α , dando O_1 y O_2

2º.- Trazado del eje mayor de la elipse en proyección horizontal:
-Trazar por O_1 paralela a la CH y llevar sobre ella y a cada uno de los lados de O_1 la distancia R (radio de la circunferencia) en verdadera magnitud, obteniendo el eje A_1 - B_1

3º.- Trazado del eje menor de la elipse en proyección horizontal:
-Trazar por (O) la perpendicular a la CH, la cual corta a la circunferencia abatida en (C).
- Desabatimos por afinidad y tenemos C_1
- Por simetría con respecto al eje mayor, se tiene D_1
- Conocidos los dos ejes, se traza la elipse.

4º.- Trazado del eje mayor de la elipse en proyección vertical:
-Trazar por O_2 paralela a V_α y llevar sobre ella y a cada uno de los lados de O_2 la distancia R (radio de la circunferencia) en verdadera magnitud, obteniendo el eje E_2 - F_2

5º.- Trazado del eje menor de la elipse en proyección vertical:
- Trazar por O_2 la perpendicular a V_α y llevar dicha recta a abatimiento, cortando a la circunferencia abatida en (G)
- Desabatido por afinidad obtenemos G_1 y G_2
- Por simetría con respecto al eje mayor, se tiene H_2
- Conocidos los dos ejes, se traza la elipse.



POLIEDROS REGULARES

DODECAEDRO REGULAR

Es un poliedro regular cuyas 12 caras de las que está formado son pentágonos regulares. Tiene 30 aristas y 20 vértices.

Los ángulos que lo contiene son:

- Ángulo superficial.- 108°
- Ángulo diedro.- $116^\circ 33' 54''$
- Ángulo solido.- $3 \times 108^\circ$

Posee 16 ejes de simetría, pasando 10 de ellos por dos de sus vértices opuestos y los otros 6 por los centros de dos caras opuestas.

Sección principal del dodecaedro regular

Conocida la arista a.

1º.- Construir un pentagono regular de lado igual a la arista dada (a).

2º.- La altura del pentagono es la altura de cara (hc) del dodecaedro.

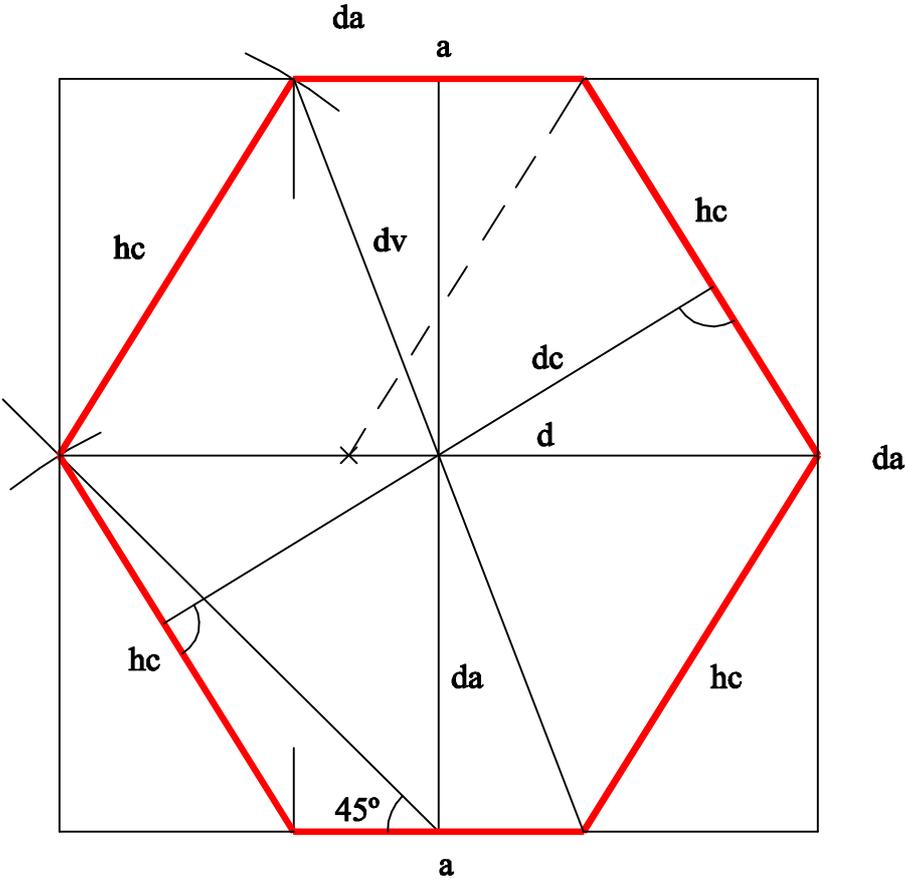
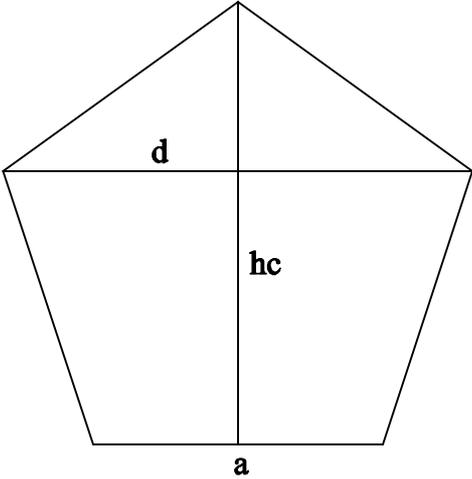
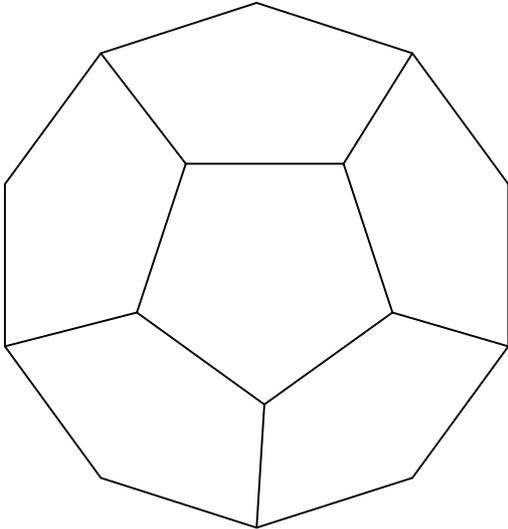
3º.- Conocida la arista y la altura de cara construimos la sección principal, compuesta por 2 aristas (a) y 4 alturas de cara (hc).

4º.- en dicha seccion principal se tiene:

da.- Distancia entre 2 aristas opuestas.

dc.- Distancia entre 2 caras opuestas.

dv.- Distancia entre 2 vértices opuestos.



Dibujar las proyecciones de un dodecaedro regular de arista (a) conocida y apoyado en el PH por una de sus caras.

1º.- Dibujar el pentagono regular 1-2-3-4-5 el cual es la cara inferior del dodecaedro, es decir la que está apoyada en el PH.

2º Dibujar otro pentagono regular 6-7-8-9-10 concéntrico e igual al anterior pero girado 180° , el cual es la cara superior del dodecaedro.

3º.- Abatimos dos caras tomando como charnela las aristas, p.e. 4-5 y 5-1.

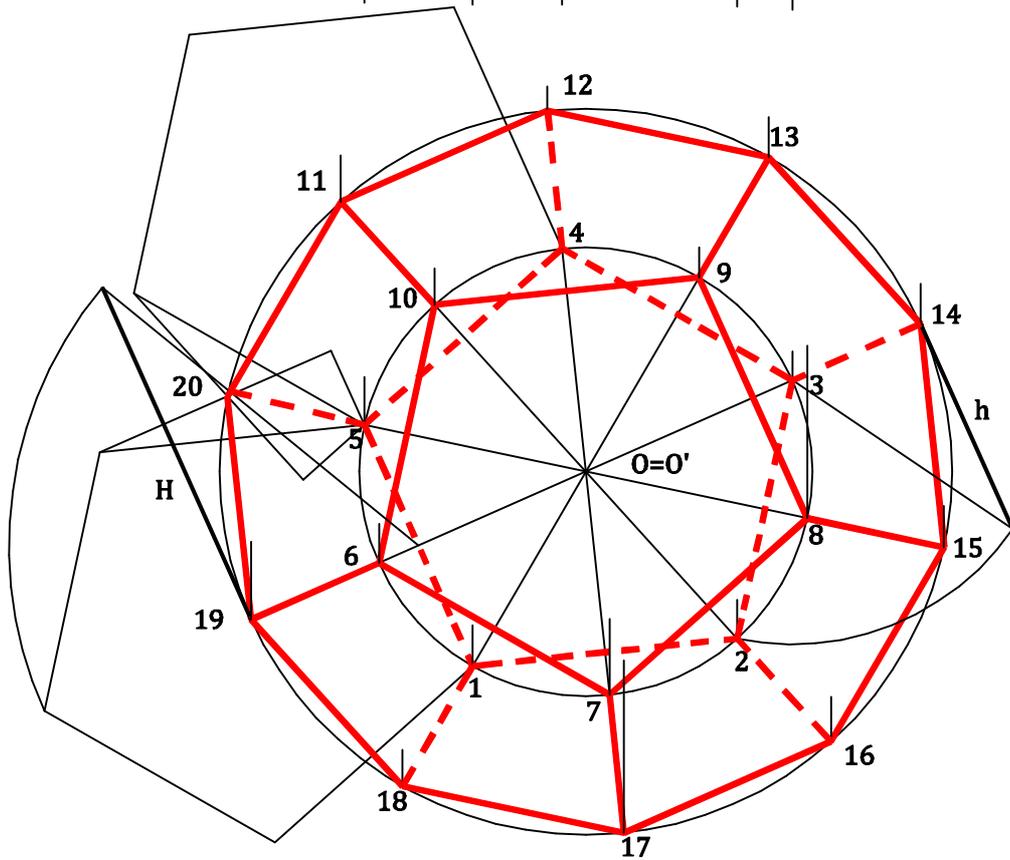
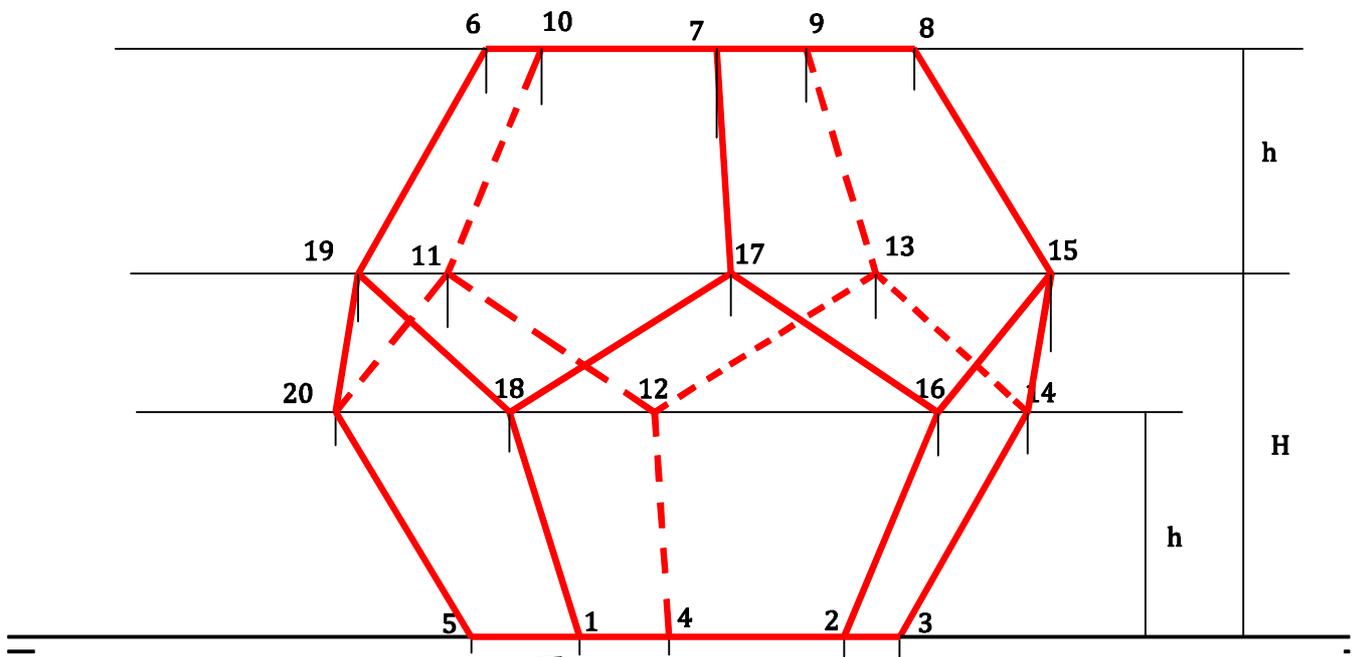
4º.- Por los vértices comunes de los dos pentágonos trazamos perpendiculares a la CH, dandonos el vertice 20.

5º.- Con centro en O y radio O-20 trazamos una circunferencia.

6º.- Prolongando los radios de los pentágonos anteriores, nos cortan a la anterior circunferencia en los puntos 11 a 20, vértices restantes del poliedro.

7º.- Uniendo dichos vértices se obtiene el poliedro en proyección horizontal.

8º.- Para hallar la proyección vertical, basta con calcular las alturas (cotas) h y H que existen entre los vértices del dodecaedro. Para ello se realizan los abatimientos que se indican en la figura.



Representar las proyecciones de un dodecaedro regular de arista (a) apoyado en el PH por una de sus aristas, siendo dicha arista perpendicular al PV.

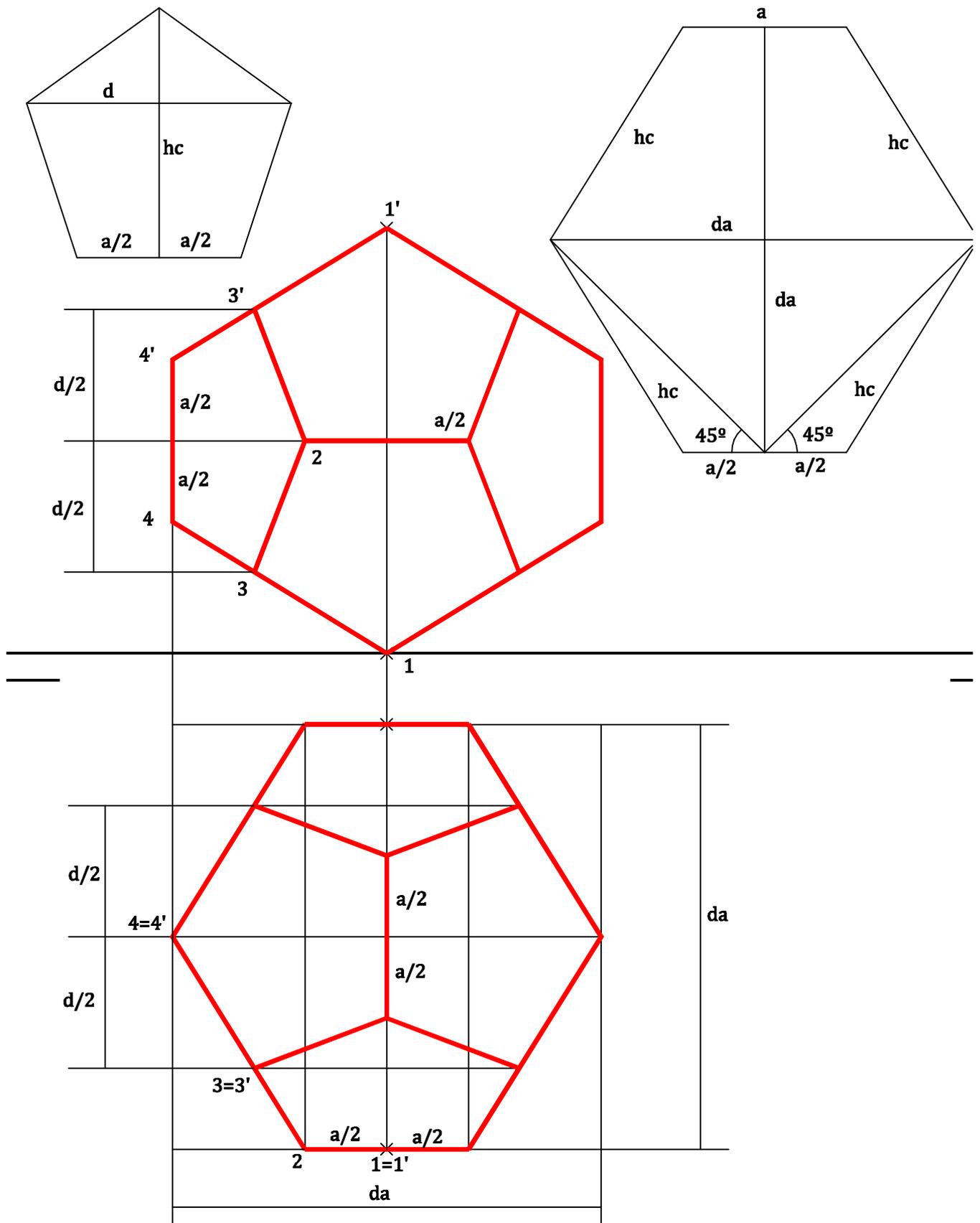
1º.- Construimos la sección principal del dodecaedro a partir de la arista (a) conocida.

2º.- Construida la sección principal se obtiene la distancia (da) entre dos aristas opuestas.

3º.- A partir de a (arista), hc (altura de cara) y d (diagonal de cara) obtenemos la proyección horizontal del poliedro.

4º.- La proyección vertical estará definida por las cotas de sus vértices:

- Cota del vértice 1.- Cero
- Cota del vértice 1'.- da
- Cota del vértice 2.- $da/2$
- Cota del vértice 3.- $a/2$
- Cota del vértice 3'.- $d + a/2$
- Cota del vértice 4.- $da/2 - a/2$
- Cota del vértice 4'.- $da/2 + a/2$



ICOSAEDRO REGULAR

Es un poliedro regular cuyas 20 caras de las que está formado son triángulos equiláteros. Tiene 30 aristas y 12 vértices.

Los ángulos que lo contiene son:

- Ángulo superficial.- 60°
- Ángulo diedro.- $138^\circ 11' 22''$
- Ángulo solido.- $5 \times 60^\circ$

Posee 16 ejes de simetría, pasando 6 de ellos por dos de sus vértices opuestos y los otros 10 por los centros de dos caras opuestas.

Sección principal del icosaedro regular

Conocida la arista a.

1º.- Construir un triángulo equilátero de lado igual a la arista dada (a).

2º.- La altura del triángulo es la altura de cara (hc) del icosaedro.

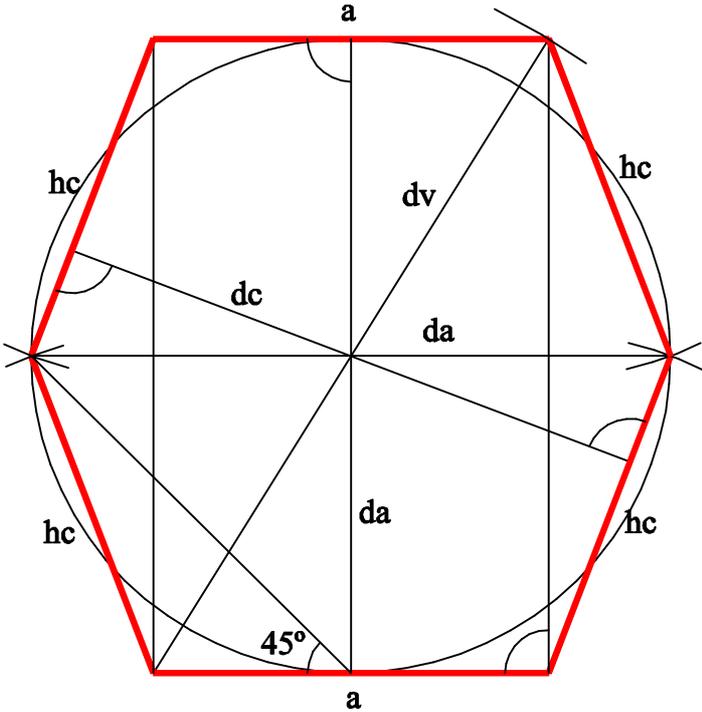
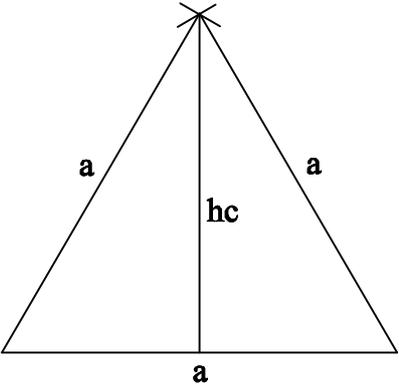
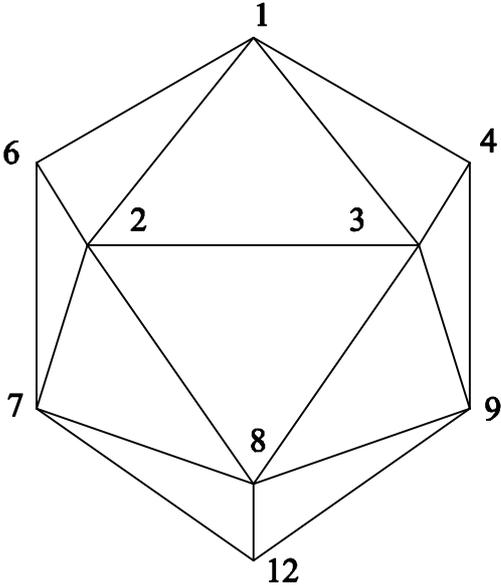
3º.- Conocida la arista y la altura de cara construimos la sección principal, compuesta por 2 aristas (a) y 4 alturas de cara (hc).

4º.- en dicha sección principal se tiene:

da.- Distancia entre 2 aristas opuestas.

dc.- Distancia entre 2 caras opuestas.

dv.- Distancia entre 2 vértices opuestos.



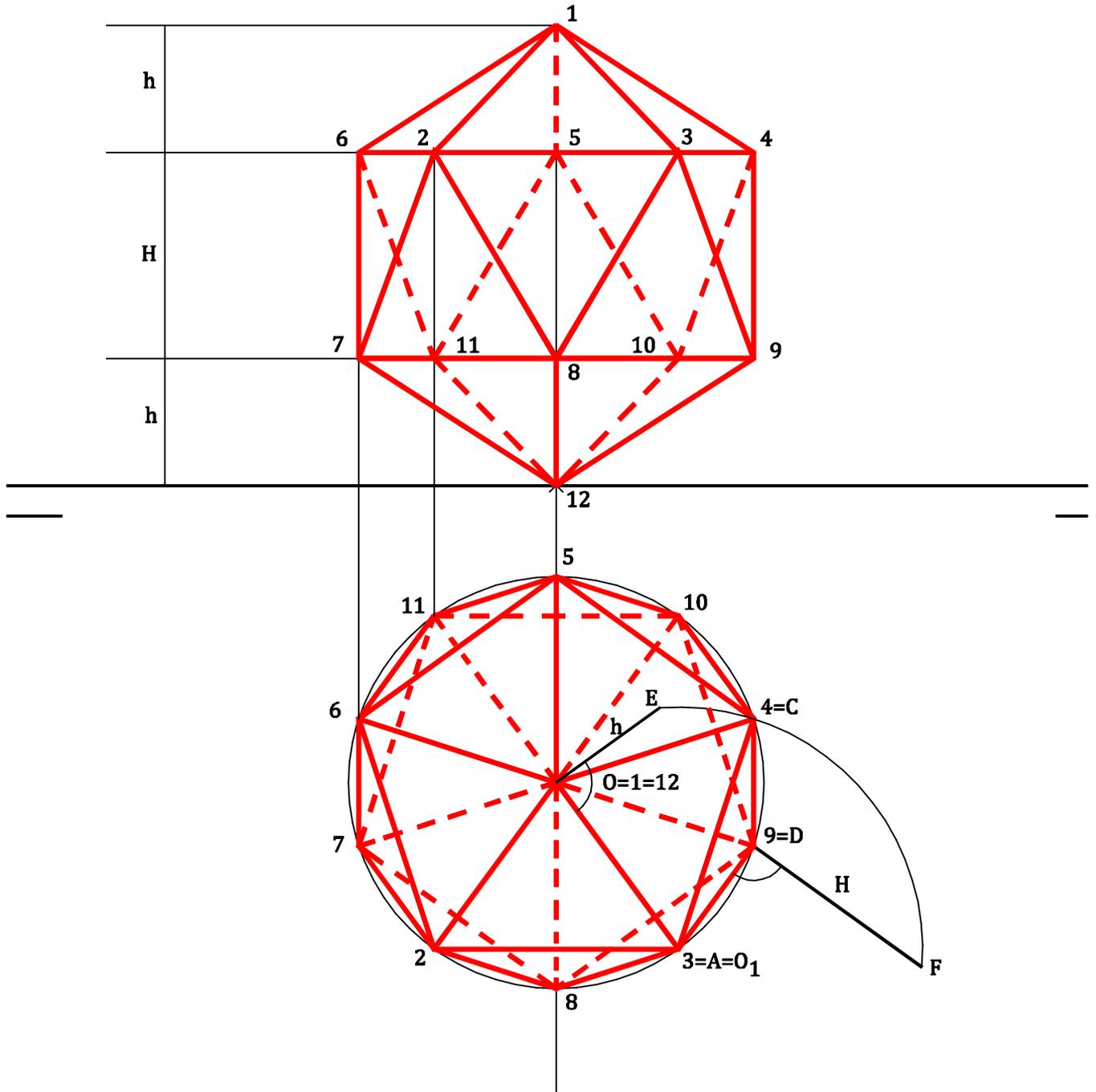
Dibujar las proyecciones de un icosaedro regular de arista (a) conocida, apoyado en el PH por uno de sus vértices, siendo la diagonal que une dicho vertice con su opuesto, perpendicular al PH.

1º.- Dibujar un pentagono regular 2-3-4-5-6 de lado igual a la arista (a) dada, estando dicho pentagono en un plano paralelo al PH

2º.- Dibujar otro pentagono regular 7-8-9-10-11 concéntrico e igual al anterior pero girado 180° , el cual estará también en otro plano paralelo al PH.

3º.- Uniendo dichos vértices exteriores de los pentágonos obtenemos un decagono regular, que será el contorno aparente en proyección horizontal.

4º.- Para hallar la proyección vertical, basta con calcular las alturas (cotas) h y H que existen entre los vértices del icosaedro. Para ello se realizan los abatimientos que se indican en la figura.



Dibujar las proyecciones de un icosaedro regular de arista (a) conocida con una de sus caras (ABC) apoyada en el PH.

- 1º.- Dibujar el triángulo equilátero $A_1-B_1-C_1$ en verdadera magnitud, por estar apoyado por dicha cara en el PH.
- 2º.- Trazar la circunferencia de radio O_1-A_1 y prolongar las perpendiculares trazadas desde cada vértice del triángulo a sus lados opuestos hasta cortar a la circunferencia anterior en los puntos $K_1-L_1-M_1$, vértices de la cara superior del icosaedro y contenidos en un plano paralelo al PH.
- 3º.- Abatir el pentágono regular de lado p.e A_1-C_1 tomando como CH dicho lado, dando el pentágono $A_1-(D)-(E)-(F)-C_1$
- 4º.- Desabatimos p.e el vértice (D). Para ello trazamos por (D) perpendicular a la CH (A_1-C_1) hasta cortar a la perpendicular trazada desde O_1 al lado A_1-B_1 , dando D_1
- 5º.- Trazar la circunferencia de centro O_1 y radio O_1-D_1
- 6º.- Prolongando O_1-A_1 , O_1-B_1 , O_1-C_1 , hasta cortar a la circunferencia, se tienen los vértices E-F-G-H-I en proyección horizontal.
- 7º.- Uniendo vértices obtenemos la proyección horizontal del icosaedro regular.
- 8º.- Para dibujar la proyección vertical se calculan las alturas (cotas) h y H entre los vértices, mediante el abatimiento de los triángulos rectángulos descritos en la figura y cuya hipotenusa es igual a la verdadera magnitud de la arista del poliedro.

